



2025年度入学試験問題

## 数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C)

### 注 意

- 1 問題冊子は1冊(2ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答えだけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

以下の問いに答えよ。

(1) 方程式

$$3x + 11y = 1$$

の整数解の 1 つを求めよ。

(2) 方程式

$$3x + 11y = 1000$$

の整数解をすべて求めよ。

(3) 自然数  $x, y$  が (2) の方程式を満たすとす。  $|x - y|$  の最大値と、そのときの  $x, y$  の値を求めよ。

2

$xyz$  空間における 4 点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(n, 0, 0)$ ,  $B(0, n, 0)$ ,  $C(0, 0, 2n)$  を頂点とする四面体  $OABC$  を考える。ただし、 $n$  は 2 以上の整数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 四面体  $OABC$  を平面  $x = k$  で切ったとき、断面として現れる三角形  $T_k$  のすべての頂点の座標を求めよ。ただし、 $k$  は整数で  $1 \leq k \leq n - 1$  とす。
- (2) (1) の三角形  $T_k$  の内部に含まれ、 $y, z$  座標がいずれも整数となる点の個数を  $n, k$  を用いて表せ。ただし、辺および頂点は内部に含まれないとする。
- (3) 四面体  $OABC$  の内部に含まれ、 $x, y, z$  座標がいずれも整数となる点の個数を  $n$  を用いて表せ。ただし、面、辺、および頂点は内部に含まれないとする。

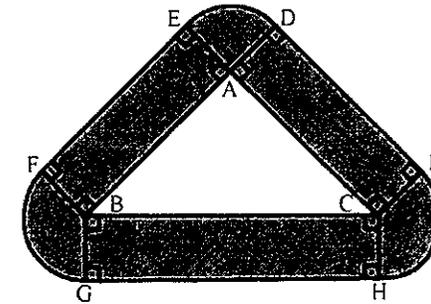
3

$xy$  平面上に点  $O(0, 0)$ ,  $A(4, 0)$  と、円  $C: x^2 + y^2 = 4$  上を動く点  $P(a, b)$  があるとする。各点  $P$  に対して、線分  $AP$  の垂直二等分線を  $l_P$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 直線  $l_P$  の方程式を求めよ。
- (2) 直線  $OP$  と  $l_P$  が平行であるとき、 $P$  の座標を求めよ。
- (3) 直線  $OP$  と  $l_P$  が交点をもつとき、交点  $Q$  の軌跡の方程式を求め、さらにその軌跡を図示せよ。

4

下図のように、三角形  $ABC$  の外側で頂点または辺上の点からの距離が 1 以内にある、長方形および扇形からなる領域を  $Z$  とする。さらに、 $AB = AC = 3$  とし、 $\angle ABC = \theta$  とおく。また、 $Z$  の面積を  $S_1$  とする。以下の問いに答えよ。



- (1)  $S_1$  を求めよ。
- (2) 三角形  $ABC$  の内接円の半径  $r(\theta)$  を求めよ。
- (3)  $0 < \theta \leq \frac{\pi}{4}$  のとき、(2) の  $r(\theta)$  の最大値を求めよ。
- (4) (2) の内接円の面積を  $S_2$  とする。  $0 < \theta \leq \frac{\pi}{4}$  のとき、 $S_1 > S_2$  を示せ。